

## El caos y su aplicación a las finanzas

Por Samuel Mongrut, Luis Rosales

---

¿Qué pensaría usted si le dicen que las series de precios bursátiles tienen leyes bien definidas que permitirían su predicción con exactitud? Quizá pensaría que lo están engañando o se preguntaría por qué quien afirma eso no es ya millonario. La realidad es que teóricamente estas leyes existen, pero son tan complejas que pareciera que no existiesen.

### Aleatoriedad y determinismo

La mayoría de las técnicas y los modelos que se aprenden en la actualidad para comprender y predecir las series bursátiles son estadísticos o econométricos, donde se asume que existe una tendencia básica y lo que empaña esta tendencia es un ruido aleatorio que no contiene información valiosa. En otras palabras, la aleatoriedad se superpone a la tendencia y el objetivo es aislar esta aleatoriedad para descubrir la tendencia. La forma como los modelos econométricos operan es mediante ecuaciones lineales, donde se busca separar la causa del efecto.

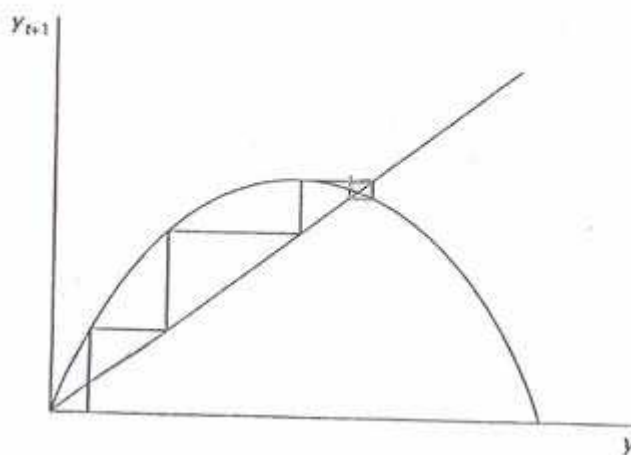
La utilización de herramientas estadísticas y econométricas presume que las series de precios bursátiles son aleatorias y que no tienen memoria, así la mejor predicción del precio de mañana para un título es el precio de hoy. La realidad es que las series de precios no son aleatorias sino deterministas. En otras palabras, si fuéramos capaces de establecer una ecuación que describa el comportamiento de los precios, especificando con exactitud decimal los valores iniciales de sus parámetros, se podría predecir con exactitud el precio que tendrá el título mañana.

¿Por qué no sucede esto? El problema es que cambios infinitesimales en los valores iniciales de los parámetros alteran completamente el resultado y nos ubican en una trayectoria de precios completamente diferente a la que ocurrirá mañana. Por ejemplo, considere un sistema que consiste en una pelota que usted tira y la hace rebotar contra el suelo, imagine que usted desea saber a qué altura se encontrará la pelota después de cierto tiempo. Para ello deberá realizar una serie de medidas, como la altura desde donde fue lanzada, la fuerza de la gravedad, entre otras. Si usted mide con precisión y utiliza la ecuación física correcta, no se equivocará y si lo hace, su estimación estaría muy cerca de lo que realmente ocurrió.

En el caso de los precios bursátiles, aun teniendo la ecuación correcta que gobierna los precios, la estimación del precio de mañana puede ser muy distinta de la real debido a la extremada sensibilidad del sistema a las condiciones iniciales. Para ilustrar este hecho, por un momento, imagine que la ecuación que describe los precios bursátiles de un título está dada de la siguiente forma:

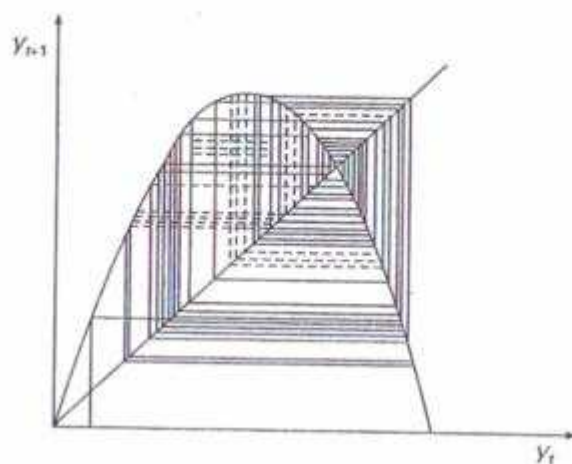
En esa ecuación, el precio del momento ' $t+1$ ' ( ) depende del precio del momento ' $t$ ' ( ) y  $A$  es la tasa de crecimiento. A continuación se realizan iteraciones sucesivas en esta ecuación y se consideran dos valores alternativos para la tasa de crecimiento  $A$ . Para un valor de  $A = 2,5$ , la serie temporal de precios se comporta como se muestra en el gráfico 1. Se observa que el sistema converge a un punto fijo (equilibrio) en el espacio de fases, en el cual se representa el precio de mañana en función del precio de hoy.

**Gráfico 1 Espacio de fases para los precios del título cuando  $A = 2,5$**



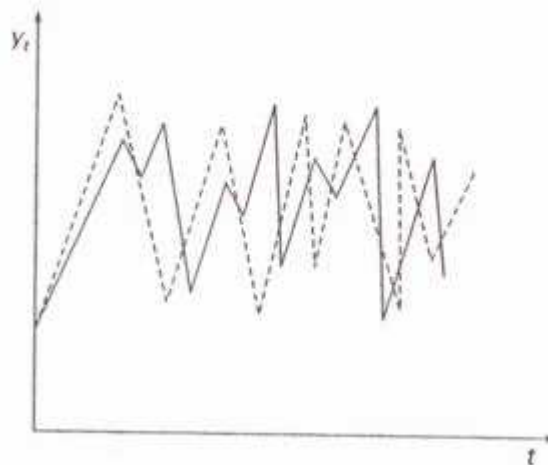
En el gráfico 2 se observa que para un valor de  $A = 3,8$  el sistema converge hacia un atractor extraño o caótico que es una figura de forma rara. El gráfico representa la aleatoriedad del sistema, que emana de sí mismo.

**Gráfico 2 Espacio de fases para los precios del título cuando  $A = 3,8$**



En el gráfico 3 se ve la evolución del precio del título para este último caso. La dinámica del sistema hace parecer que el precio es aleatorio cuando en realidad no lo es, ya que está definido por la ecuación planteada<sup>1</sup>.

**Gráfico 3: Evolución del precio del título  
cuando  $A = 3,8$**



### ¿Por qué los precios bursátiles son caóticos?

Es difícil precisarlo con exactitud, pero una hipótesis es que la predicción de precios está afectada por el principio de reflexividad. En las ciencias exactas existe una separación entre el observador y el objeto observado; por ejemplo, piense en medir la distancia de la Tierra a la Luna. Esa distancia está dada y usted no puede hacer nada para cambiarla, su error puede estar en los instrumentos de medición que utilizó.

En el caso de los precios bursátiles, la compra de un título afecta su precio; es decir, el precio inmediato posterior a la compra de un título no será más el precio al cual se compró el título. En otras palabras, somos los mismos seres humanos quienes, con nuestra intervención, volvemos caóticos a los mercados bursátiles.

### Fractales

En econometría y estadística se trata al tiempo como una variable completamente reversible, es decir, no cumple una función en la predicción del sistema, se puede adelantar y retroceder en el tiempo impunemente. Para la econometría, los fenómenos son gobernados, a corto plazo, por procesos aleatorios; mientras que a largo plazo son los fundamentos los que gobiernan el comportamiento de las variables. En estadística se asume que las distribuciones de probabilidad son estacionarias en el tiempo (se mantienen) y que el intervalo de confianza aumenta, a medida que pasa el tiempo.

En el caos, no es pertinente hacer una distinción entre corto y largo plazo, ya que el tiempo sí desempeña un papel crucial en la labor de predicción del sistema. El tiempo es histórico. Así, dado un conjunto de parámetros, el tiempo determina el atractor al cual tenderá el sistema y, en función de la naturaleza del sistema, se podrá precisar un tiempo de predicción, el cual es muy corto en los mercados bursátiles porque la tecnología y la velocidad de las transacciones vuelve inútil la información en pocos minutos.

En la ecuación presentada, el tiempo puede ser días, semanas, meses, años, etc. Esto se debe a que las series de precios, escaladas por cualquier frecuencia temporal, tendrán las mismas propiedades, es decir, serán autosimilares y, bajo determinadas condiciones iniciales, tenderán hacia un atractor. Este atractor será un punto en un sistema en equilibrio (no caótico) y un atractor extraño en un sistema caótico.

Lo interesante es que se pueden conocer ciertas propiedades de un atractor caótico. En el

caso de un atractor puntual, su dimensión es uno; mientras que un atractor caótico poseerá una dimensión fractal. Piense en una hoja de papel, la cual posee una dimensión igual a dos (largo y ancho), pero si usted arruga este papel y lo intenta transformar en una esfera, la dimensión de esta nueva figura geométrica ya no será 2 ni 3, porque posee huecos, tendrá una dimensión entre 2 y 3, es decir, una dimensión fractal. En este sentido, la geometría fractal es la matemática del caos.

## **Epílogo**

Caos no es confusión ni desorden, sino que es el orden que subyace al aparente desorden, a la aparente aleatoriedad de los mercados bursátiles. Los precios de los títulos pueden tender hacia atractores de formas raras, pero se puede tratar de aprender de ellos e intentar predecir el comportamiento de los precios a muy corto plazo. Caos es un mecanismo apropiado para entender los fenómenos que ocurren en los mercados bursátiles y descubrir sus misterios, los que residen en el comportamiento de los mismos seres humanos.

Notas:

1. Todos los gráficos han sido adaptados de Nieto de Alba, Ubaldo (1998). Historia del tiempo en economía. Madrid: McGraw Hill.