

OBSERVACIONES SOBRE EL COMPORTAMIENTO DE LOS MERCADOS

EJEMPLO DEL FUTURO SOBRE
EL IBEX-35

Louis Bachelier (1870-1946)



- Tesis doctoral *Théorie de la Spéculation* en 1900
- La tesis derivaba la ecuación del “paseo aleatorio” (*random walk*) y que más técnicamente se conoce actualmente como modelo GBM (*Geometric Brownian Motion*)

$$dS = S(\mu dt + \sigma \mathbf{\epsilon} dt^{1/2})$$

$$dS = S(\mu dt + \sigma \mathbf{\epsilon} dt^{1/2})$$

- dS representa la variación del precio S en un intervalo de tiempo dt
- μ es el valor medio de la tasa de retorno por unidad de tiempo
- σ la desviación típica de los retornos (que se asume constante y que es conocida como *volatilidad*)
- $\mathbf{\epsilon}$ es una variable aleatoria de distribución normal estándar $N(0,1)$

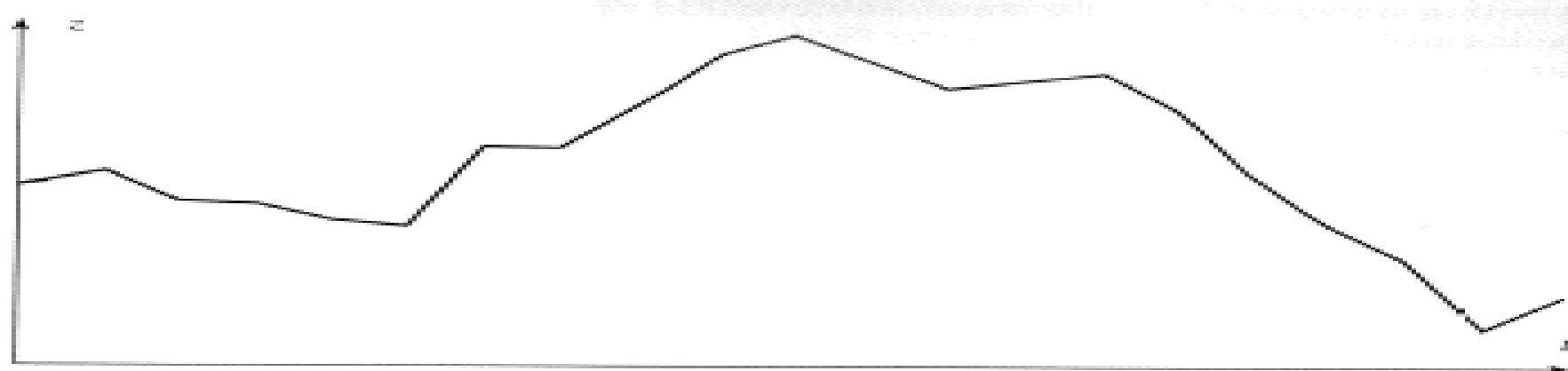
$$dS = S(\mu dt + \sigma \mathcal{E} dt^{1/2})$$

es un proceso estocástico de
Markov de primer orden

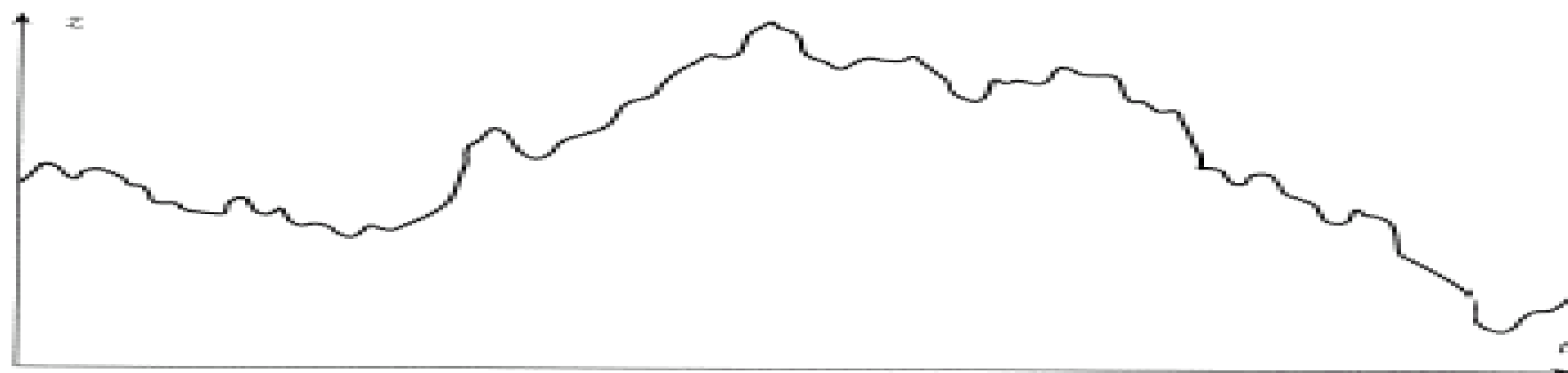
- La variación del precio dS , depende, en cuanto al precio atañe, del precio en ese instante S
- Es consistente con la forma “débil” de la hipótesis de mercado eficiente, para la cual la serie de precios históricos no sirven para la predicción de precios en el futuro, en contraposición con la premisa básica del análisis técnico.

$\mathcal{E} dt^{1/2}$ es un proceso de Wiener $\mathbf{W}(t)$

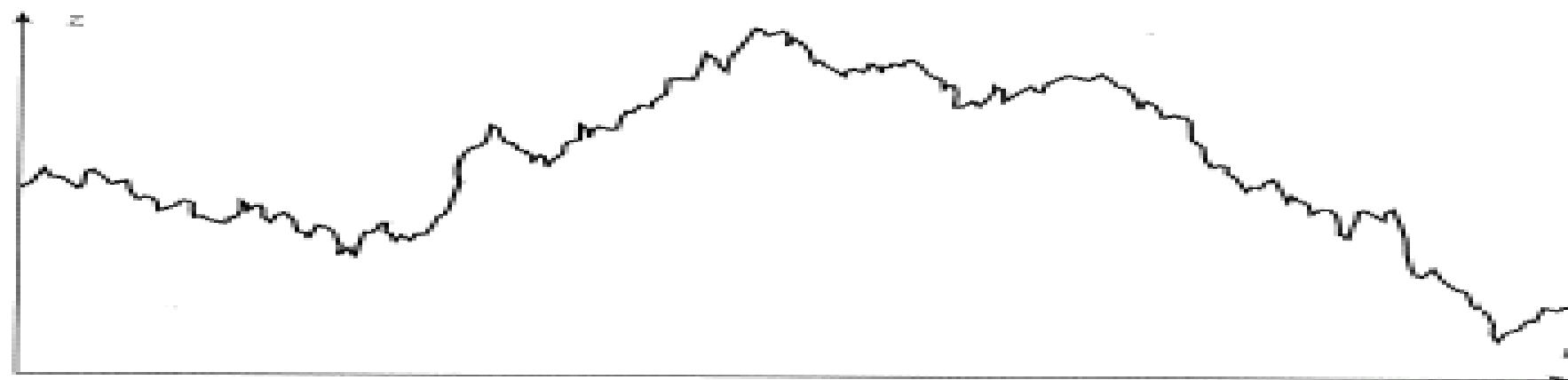
- La aleatoriedad viene por \mathcal{E} variable aleatoria normal estándar, y por tanto si $\mathbf{W}(0)=0$ entonces $\mathbf{W}(t_1)-\mathbf{W}(s_1)$ es una gaussiana de media nula y varianza $t_1 - s_1$
- Se supone que las muestras de \mathcal{E} son independientes por lo tanto el proceso de Wiener tiene incrementos independientes, es decir, si $0 \leq s_1 \leq t_1 \leq s_2 \leq t_2$ entonces $\mathbf{W}(t_1)-\mathbf{W}(s_1)$ y $\mathbf{W}(t_2)-\mathbf{W}(s_2)$ son variables aleatorias independientes



Relatively large value of δt



Smaller value of δt



The true process obtained as $\delta t \rightarrow 0$

$$dS/S = d\text{Ln}(S) = (\mu dt + \sigma \epsilon dt^{1/2})$$

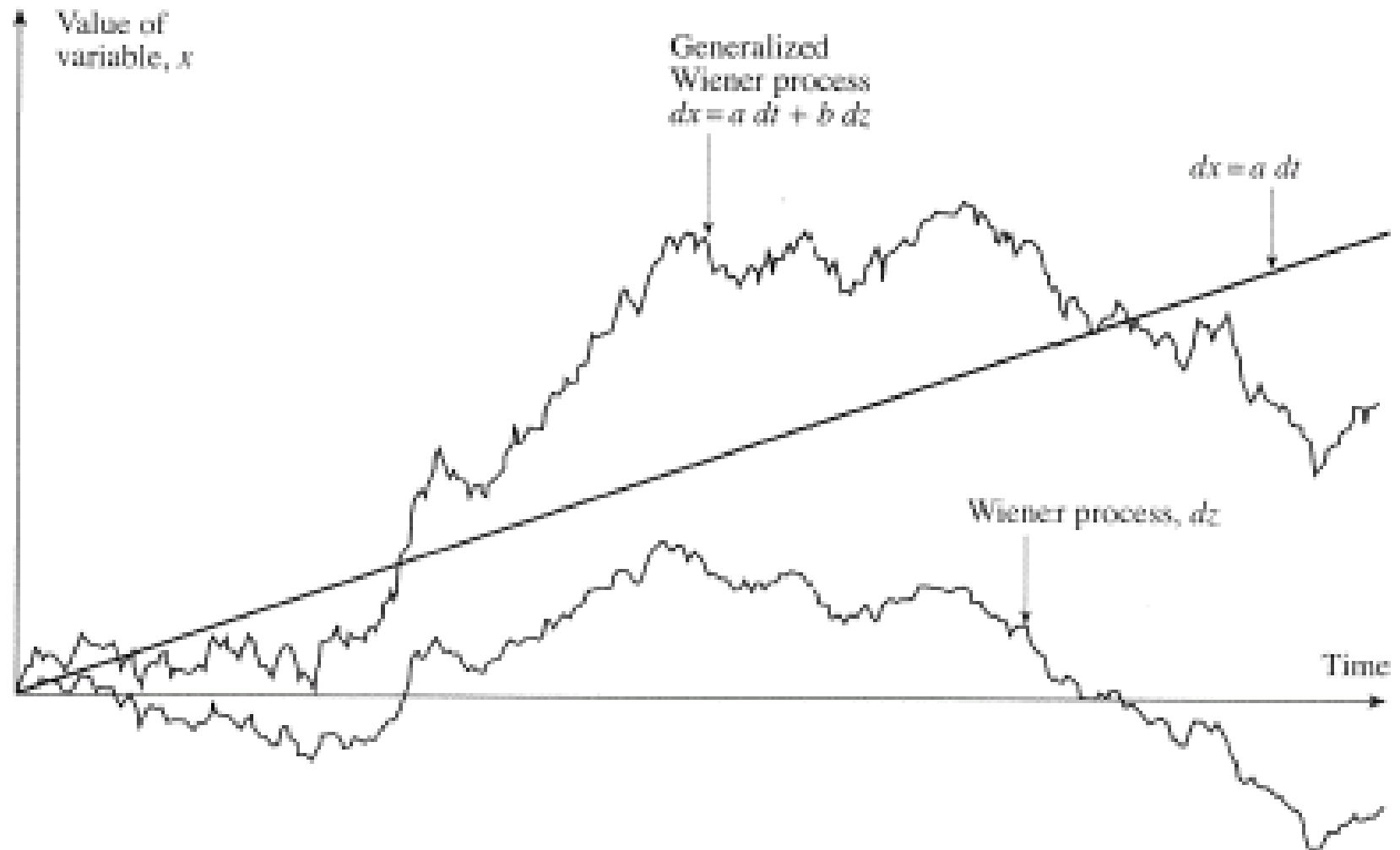


Figure 11.2 Generalized Wiener process: $a = 0.3$, $b = 1.5$

¿qué obtenemos si
representáramos la diferencia del
logaritmo de precios muestreada
regularmente (por ejemplo al
cierre de cada sesión)

- Sería una secuencia de variables aleatorias independientes igualmente distribuidas (iid) con función de distribución gaussiana, es decir, RUIDO BLANCO GAUSSIANO

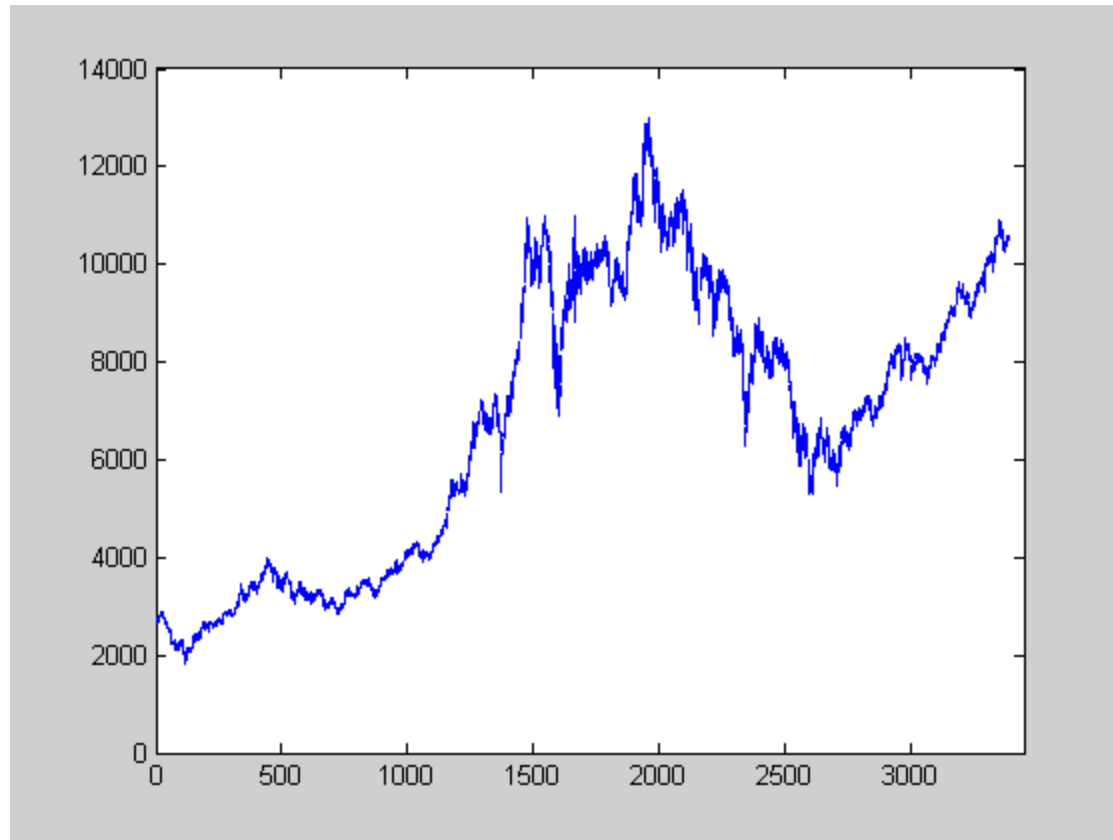
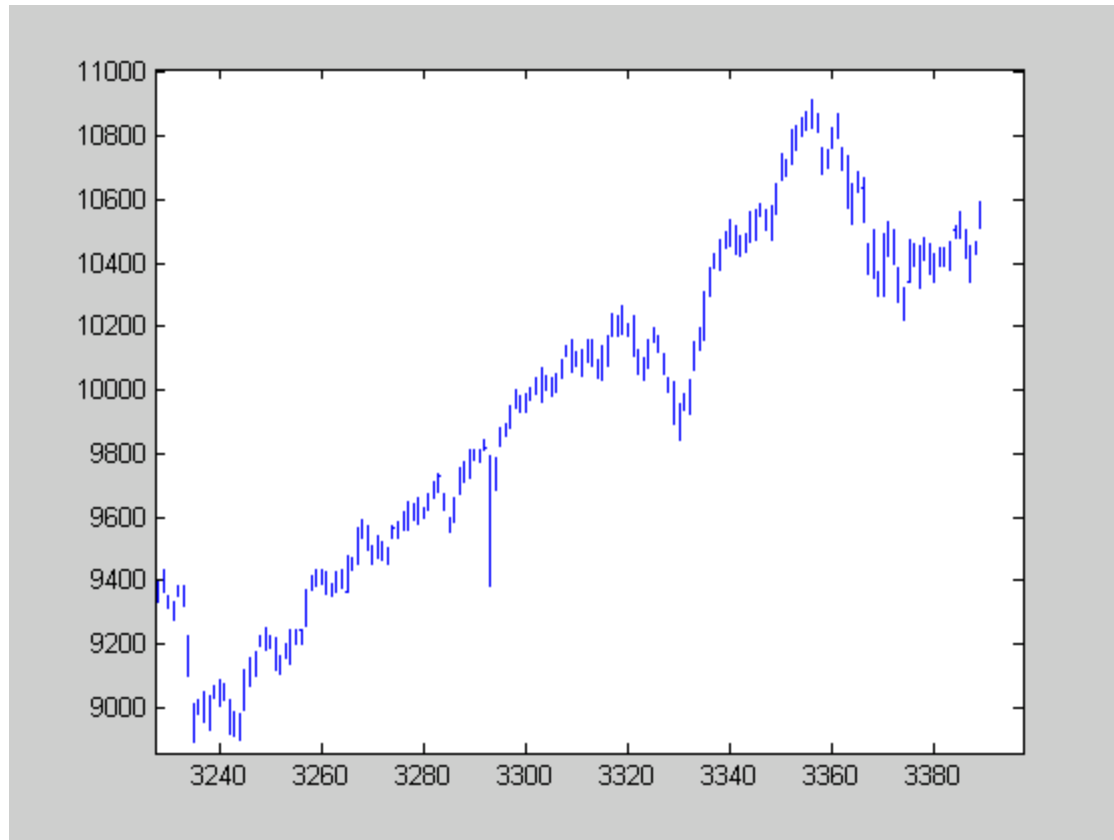
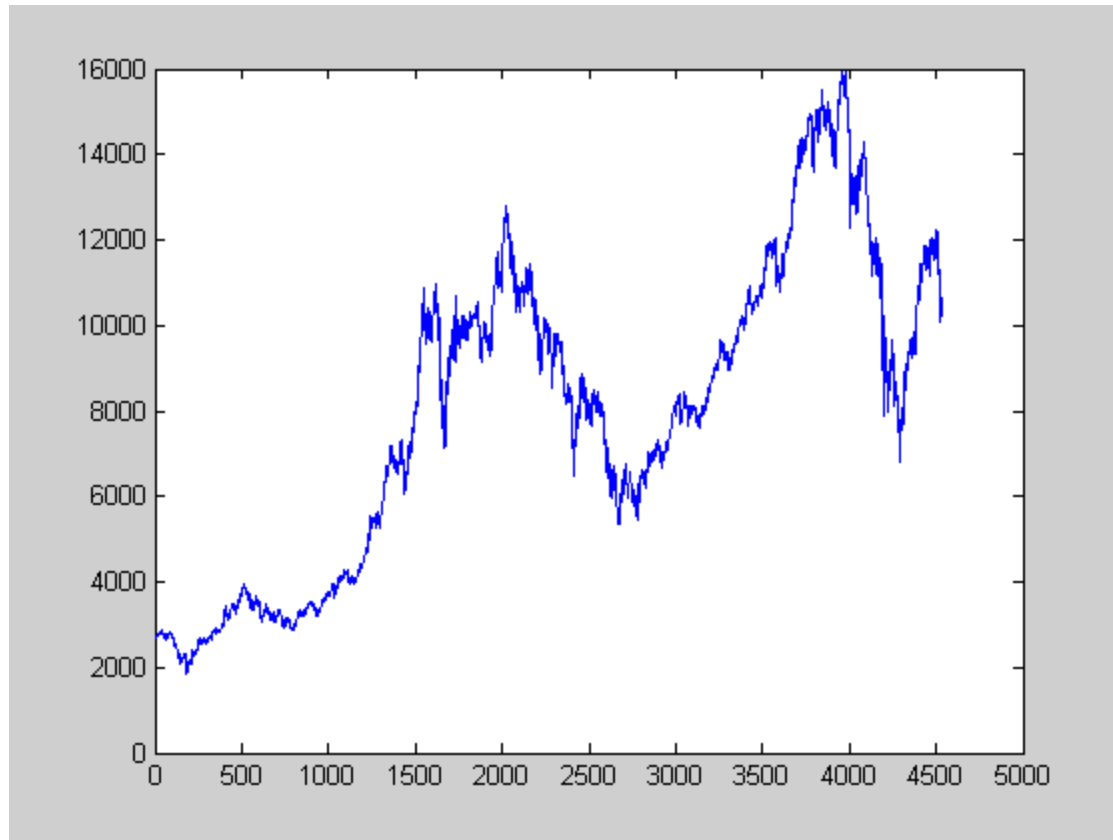


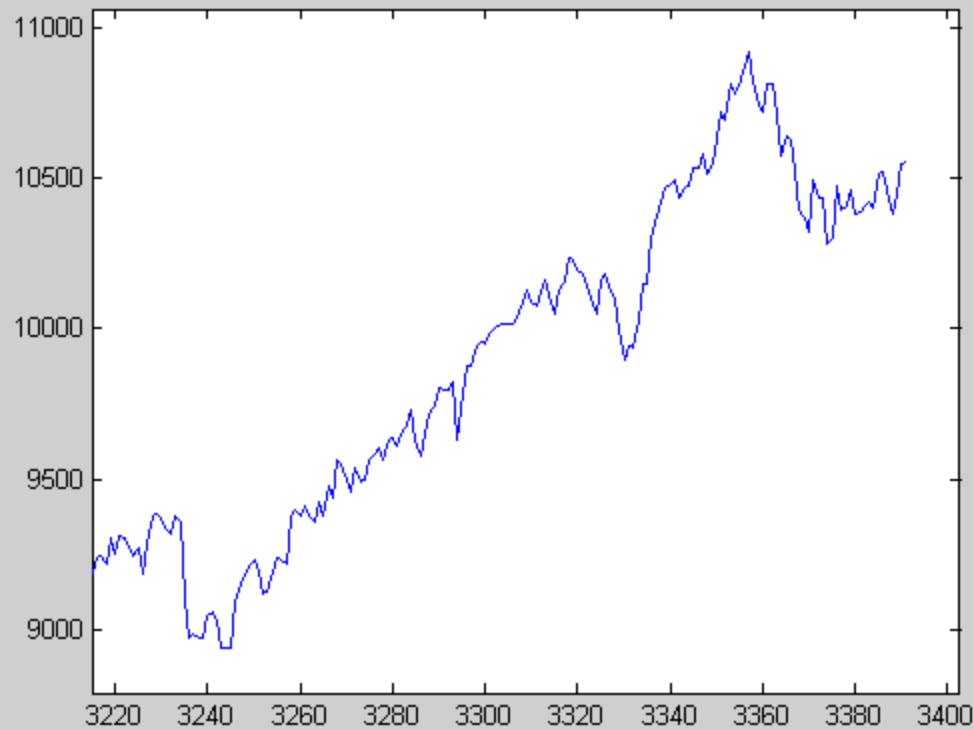
Gráfico de barras diario del futuro del IBEX35
desde su nacimiento 14 Ene 1992 al 18 Nov
2005



Detalle de la figura anterior para los precios desde 1Abr del 2005 a 18 Nov 2005, donde ya se pueden observar las barras individuales

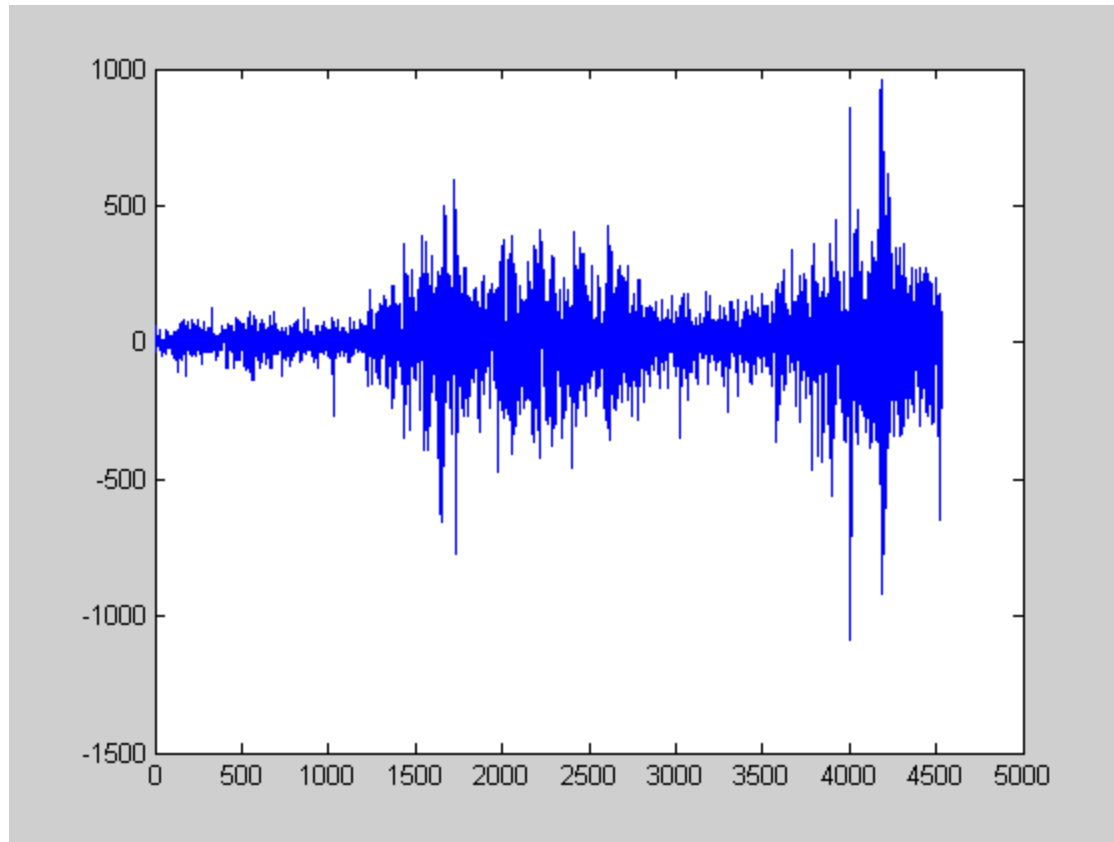


Serie de precios con un valor por día, el cierre, solo se muestran los días de mercado del futuro del IBEX35 del 14 Enero 1992 al 24 Feb 2010.

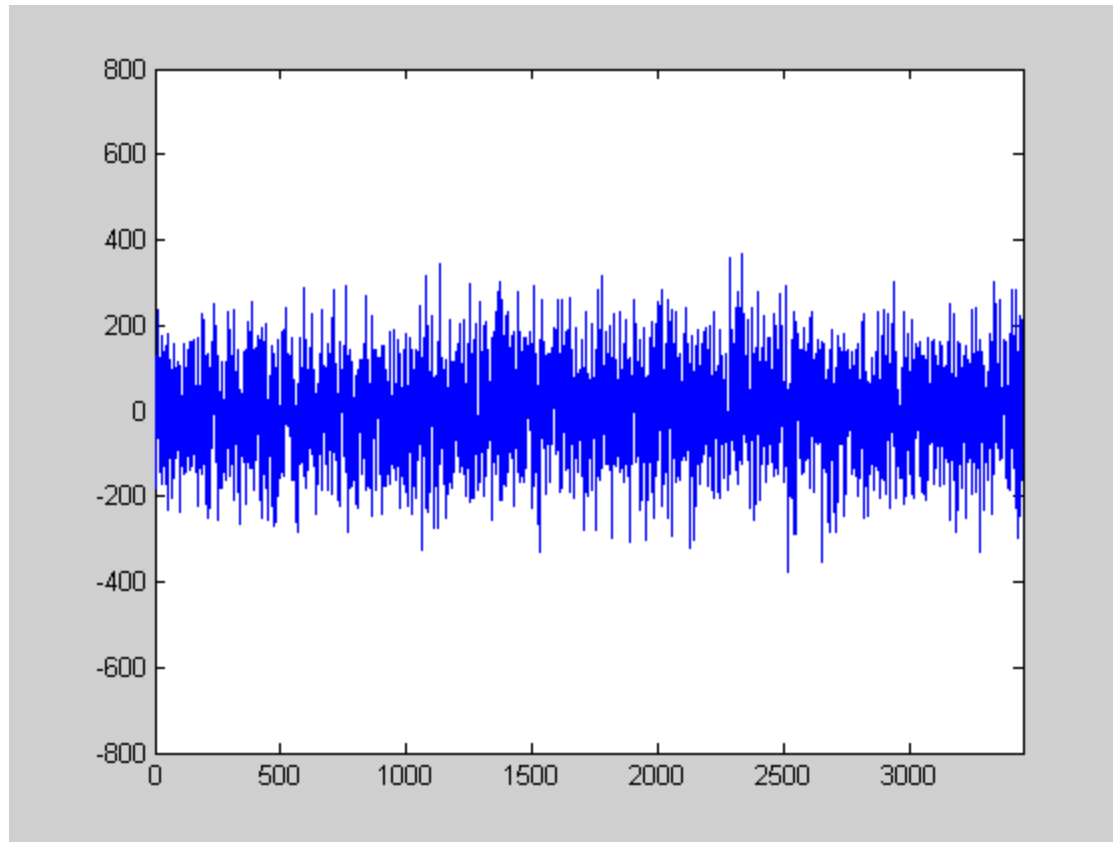


Detalle de la serie anterior desde 1 Ab 2005 hasta el 18 Nov. 2005 los cierres de cada día se han unido por una línea recta.

- Se observa una menor variabilidad (ver por ej. la barra del 7 de julio de 2005)

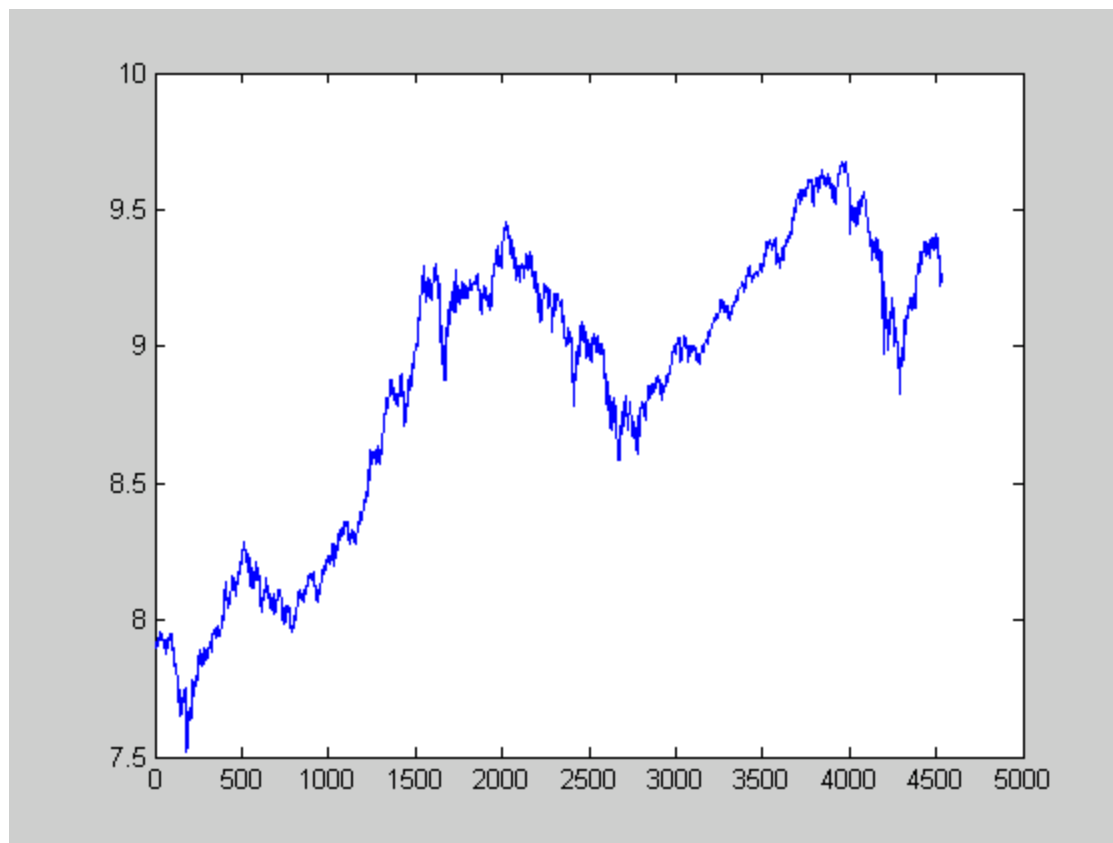


Diferencias entre el cierre de un día y el anterior del futuro del IBEX35

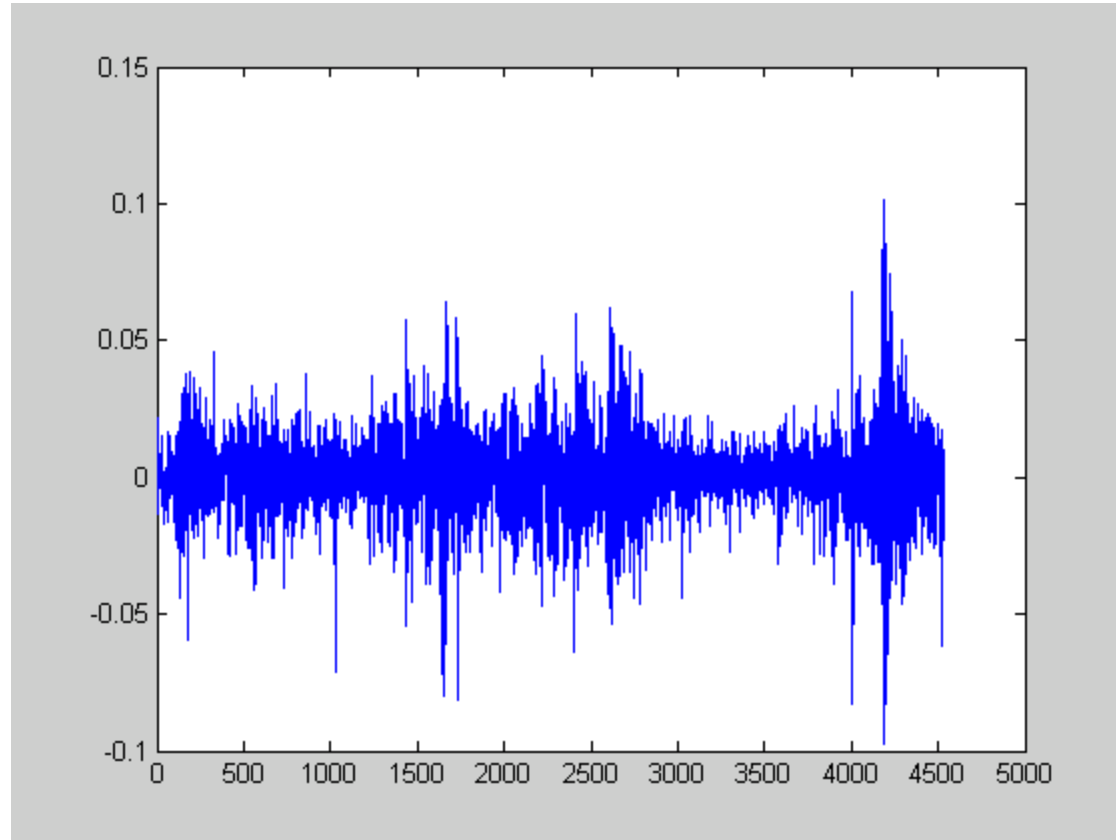


Ruido Blanco Gaussiano, con la misma varianza que el presentado en la figura anterior

Gráfico semilogarítmico



Serie de precios con un valor por día, el
logaritmo del cierre



Diferencias entre el $\log(\text{cierres})$ de un día y el $\log(\text{cierres día anterior})$ del futuro del IBEX35

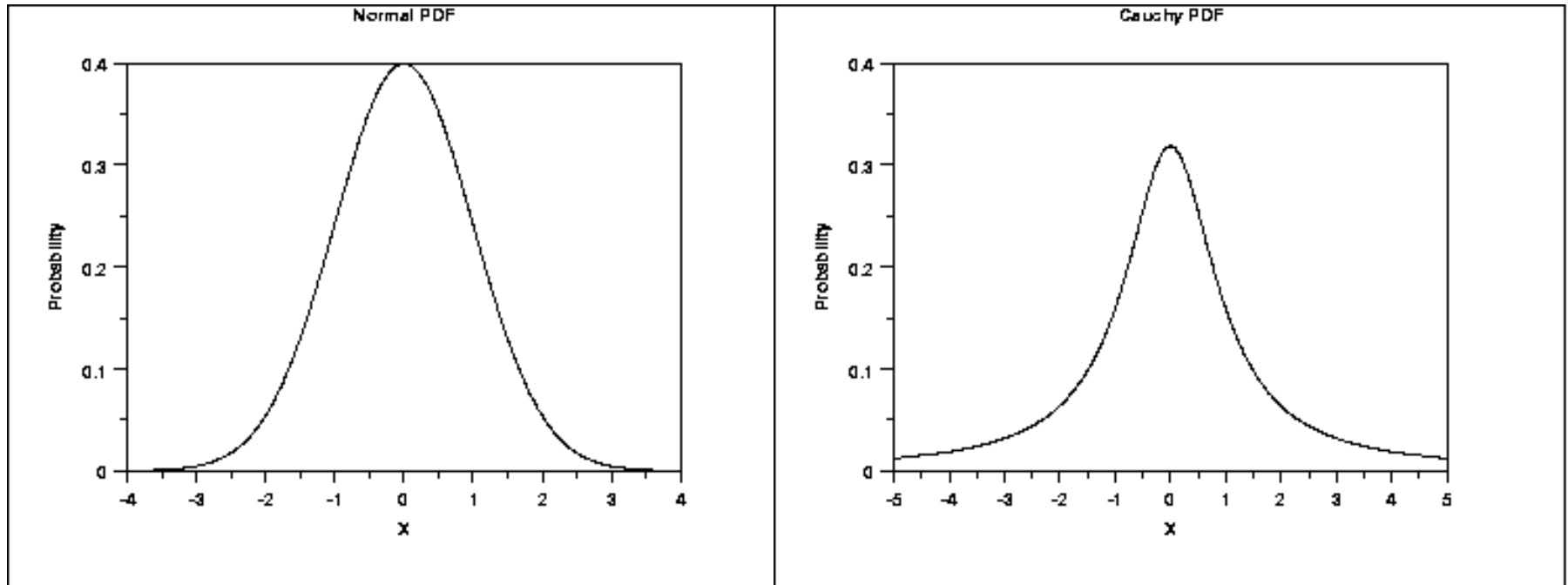
El modelo teórico y el real difieren

- Mientras que en el modelo teórico las diferencias de precios siguen una banda de fluctuación más o menos constante, en la serie real se ve que la banda de fluctuación varía (es como si la volatilidad se contrajera y se expandiera).
- Además se aprecia que en realidad hay variaciones de precio muy grandes (picos) en el modelo real, que tienden a agruparse donde la banda de fluctuación es grande, esto no es explicable con una distribución de precios normal

Agrupamiento de picos en ambas direcciones

- Los extremos hasta el año 2005 estaban en -774 puntos que corresponde a la diferencia de precios entre el día 12 y 13 de enero de 1999 y una variación de $+596$ puntos que corresponde a la diferencia de precios entre los días 30 de diciembre 1998 y 4 de enero de 1999. Como se puede observar los dos casos son muy próximos en el tiempo, lo que hace referencia a ese agrupamiento en zonas de banda ancha.

Mandelbrot mejora el modelo de Bachelier



- De la distribución normal a otras de cola más ancha (fat tails), ya pueden ocurrir los picos!

Pero no explicamos la estructura de agrupación de los picos (dependencia larga)

- Modelos basados en fractales (Mandelbrot)
- http://www.math.yale.edu/mandelbrot/webbooks/wb_fin.html
- Modelos parsimoniosos que postulan que los precios son invariantes al escalado (las reglas son las mismas en todas las escalas temporales)
- Otros modelos han seguido el camino de complicar el modelo original de Bachelier con muchos más parámetros

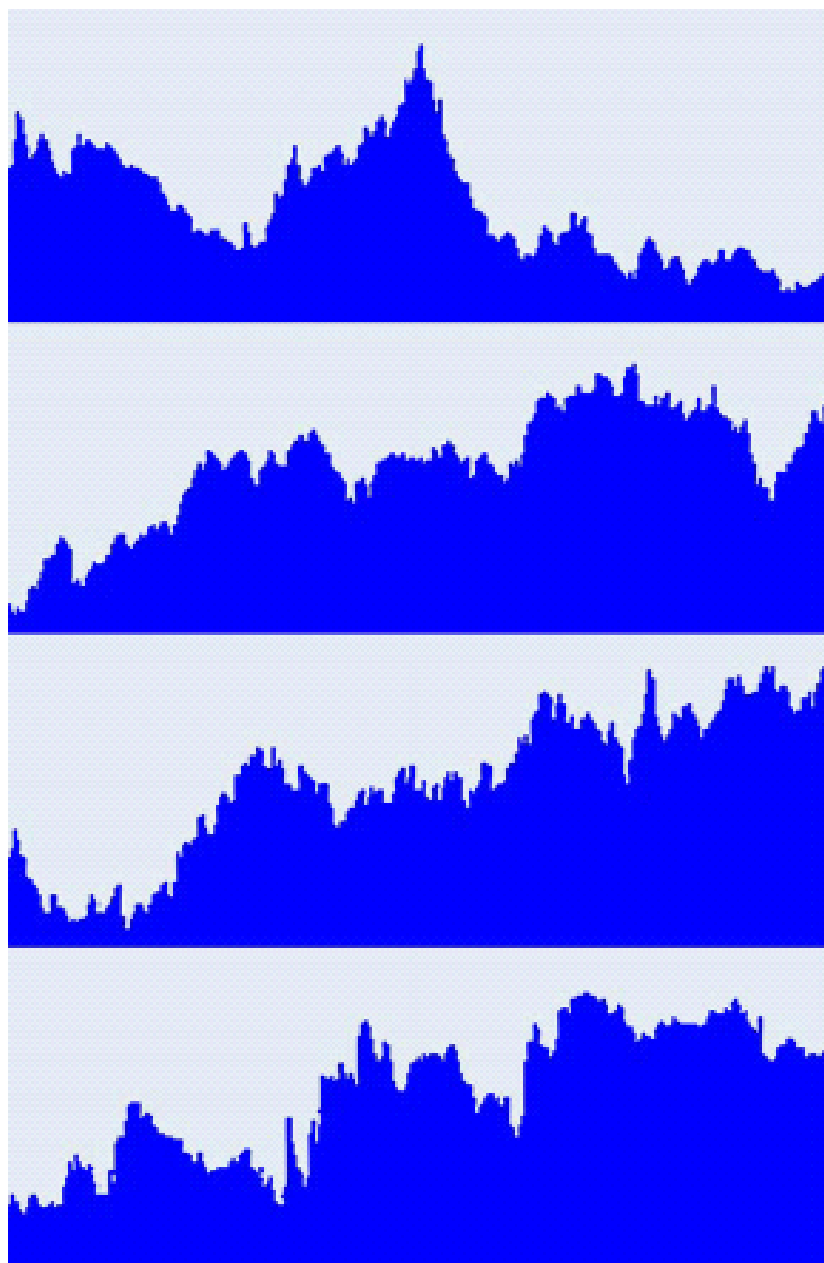


Figure 1. A collection of diagrams, illustrating, in no particular order, the behaviour in time of at least one actual financial price and of at least one mathematical model of this behaviour. It would be difficult to identify the models.

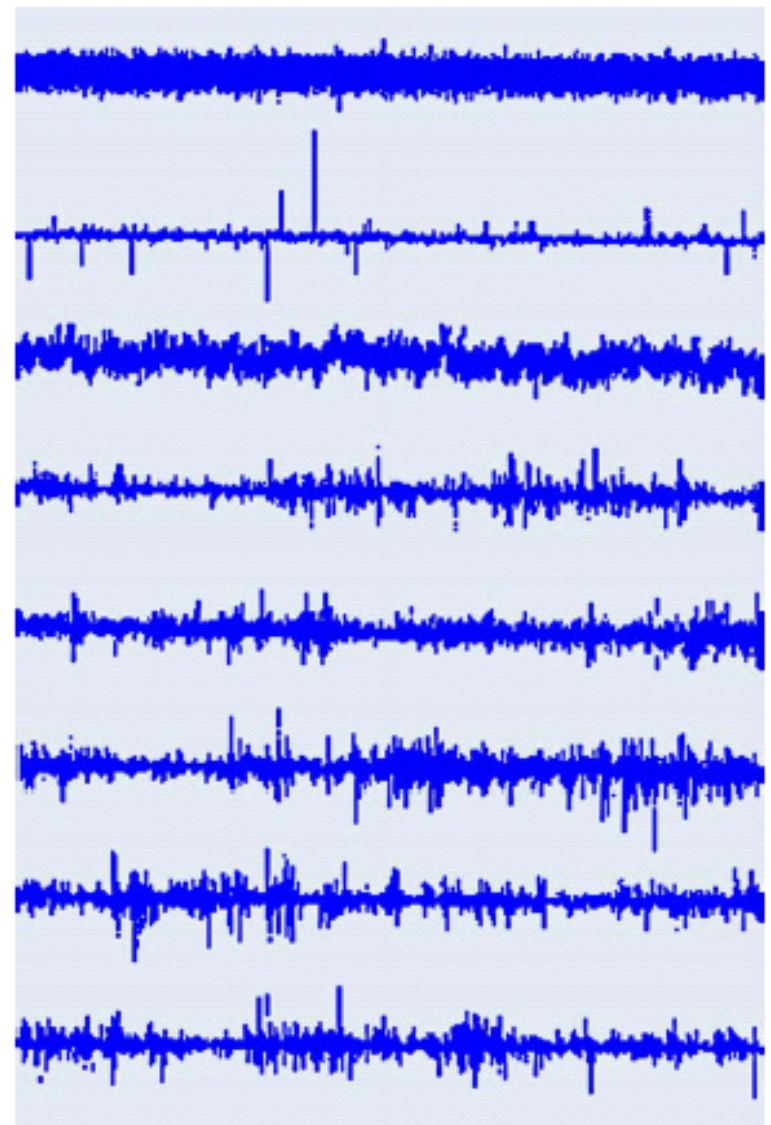


Figure 2. A stack of diagrams, illustrating the successive 'daily' differences in at least one actual financial price and some mathematical models. It is obvious that lines 1 and 3 do not report on data but on models; in contrast, to identify the models among the lower five lines is difficult. As to line 2, a referee greatly flattered me by observing that the fact that it illustrates a model is *not* obvious. But it does indeed illustrate the model I introduced in 1963, the best available until a few years ago.

Conclusiones de las observaciones

- El precio depende de toda su serie histórica y en todas las escalas temporales, su premisa es la invarianza frente al escalado
- Desterrando la noción de independencia en las variaciones sucesivas del precio que es la hipótesis básica en el paseo aleatorio
- Es compatible con el análisis técnico actual en todas sus vertientes (Elliott, análisis cíclico, etc.), que se basa en analizar el pasado para predecir el futuro.
- Estas conclusiones posibilitan el análisis cuantitativo